

# 并行预处理有限元方法及其在系统级封装结构电磁模拟中的应用

王卫杰<sup>1</sup>, 胡少亮<sup>1</sup>, 郑宇腾<sup>1</sup>, 赵振国<sup>1</sup>, 周海京<sup>1,2</sup>

(1. 中物院高性能数值模拟软件中心, 北京 100088; 2. 北京应用物理与计算数学研究所一室, 北京 100088)

**摘 要:** 针对系统级封装结构的电磁兼容、信号完整性分析等应用, 由于结构的复杂、多尺度和多材料的特性, 其大规模电磁问题模拟一直难以实现. 本文中, 主要展示了基于并行支撑框架 JAUMIN 研发的高性能电磁计算程序 JEMS-CDS 及其在系统级封装结构电磁仿真中采用的高效算法. 针对系统级封装结构电磁仿真, 我们构建了两种预处理技术: 区域分解方法与正定矩阵预处理方法. 数值模拟结果显示 JEMS-CDS 程序在百 CPU 核并行规模上能够实现了近亿未知量的快速迭代求解. 针对某天线阵列和射频系统级封装结构, 利用 JEMS-CDS 程序在国产并行机上完成了电磁场并行数值模拟, 获得了电磁场的高分辨率结果, 支持了电磁兼容性分析、信号完整性分析等应用.

**关键词:** 有限元方法; 预处理; 并行计算; 系统级封装; 信号串扰

**中图分类号:** TP319 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2021)01-0058-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.12263/DZXB.20190945

## A Parallel Preconditioned Finite Element Method and Its Applications in System-in-Package Electromagnetic Simulations

WANG Wei-jie<sup>1</sup>, HU Shao-liang<sup>1</sup>, ZHENG Yu-teng<sup>1</sup>, ZHAO Zhen-guo<sup>1</sup>, ZHOU Hai-jing<sup>1,2</sup>

(1. Software Center for High Performance Numerical Simulation, CAEP, Beijing 100088, China;

2. The First Department, Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

**Abstract:** In the electromagnetic compatibility analysis and signal integrity analysis, it is difficult to do full-wave electromagnetic simulation of system-in-package (SiP) due to its complex, multi-scale and multi-material characteristics. Here, we present a high-performance program JEMS-CDS developed on parallel infrastructure JAUMIN and its high-efficiency algorithms in SiP electromagnetic simulations. A positive definite matrix is constructed by analyzing the FEM matrix built for SiP simulation. Numerical results show that better convergence performance than traditional ones can be achieved, as well as a high parallel efficiency when scaling to hundreds of CPU cores with nearly one hundred millions unknowns. Finally, a practical product is simulated to acquire the high-resolution distribution of electromagnetic, supporting the analysis of electromagnetic compatibility and signal integrity.

**Key words:** finite element method; preconditioned method; parallel computing; system-in-package; cross talk

### 1 引言

电子信息系统的多功能化、小型化和高频化是其发展的主要驱动力量,也是其发展方向. 系统级封装结构(System-in-Package, SiP)是实现这些发展方向,也是突破摩尔定律的主流技术之一. 在新一代武器装备电子信息系统和5G射频前端中具有重要的应用前景. SiP

结构是高性能无源器件、垂直互连(TSV、引线)与平面互连(互连线)结构的高密度集成,它将不同功能的芯片以三维堆叠的方式集成在一个封装中,具备典型的复杂、多尺度、多材料等特征. 因此, SiP结构的精确电磁模拟一直是一个难题<sup>[1]</sup>.

传统方法是将 SiP结构的等效参数提取出来,然后利用等效电路仿真<sup>[2,3]</sup>,例如 SPICE<sup>[4]</sup>,来快速仿真. 传

统方法高效,然而随着电子系统的工作频率越来越高,互连线趋肤、串扰等效应和感应电容、电感等已经无法被电路仿真准确刻画.随着计算能力的提高,全波数值模拟方法成为仿真 SiP 结构电磁特性的主流技术之一,包括有限差分方法(FDTD)<sup>[5]</sup>、有限元方法(FEM)<sup>[6]</sup>和矩量法(MoM)<sup>[7,8]</sup>.其中,FEM 在处理结构和材料方面最具有灵活性.但 FEM 离散形成的矩阵条件数普遍较差,针对大规模电磁问题求解困难.为此,研究人员提出了许多预处理技术,包括区域分解方法和多重网格方法.其中,区域分解为常用的 FEM 求解预处理方法<sup>[9,10]</sup>,它将计算区域分为多个子区域进行独立求解,子区域之间以传输边界条件连接,子区域内通常采用直接解法器.多重网格结合辅助空间方法对低频电磁问题也有很好的适应性<sup>[11,12]</sup>,但随着 SiP 工作频率的升高,算法的性能也随之下降.

SiP 内部材料、实体多样,传统方法并不适用于这种材料对比度高、电磁模态分布复杂的问题,且直接法消耗资源过大.SiP 通常为亚波长结构,其内部的电磁场分布没有明显的波动性.针对 SiP 结构的这一特征,本文对比了两种主流的 FEM 预处理方法:区域分解预处理方法与正定矩阵预处理方法.对正定矩阵可以通过传统的辅助子空间算法(Auxiliary Maxwell Space, AMS)<sup>[13]</sup>或者加性施瓦茨方法来快速求解(Additive Schwartz Method, ASM)<sup>[14]</sup>.数值结果显示,针对 SiP 结构的电磁仿真,本文所提出的算法能够在百 CPU 核规模上实现近亿未知量的快速迭代求解,且算法具有较好的可扩展性.

## 2 算法描述

### 2.1 控制方程

考虑真空区域  $\Omega$  中传播的时谐电磁波,通过在边界  $\partial\Omega$  采用 Silver-Muller 辐射边界条件进行截断,我们可以得到如下的边值问题:

$$\begin{cases} \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{J}_{\text{imp}}, & \text{in } \Omega \subset \mathbf{R}^3 \\ \mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0, & \text{on } S_{\text{PEC}} \\ \mathbf{n} \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E}^s + j \frac{k_0}{\eta} \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E}^s = 0, & \text{on } S_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $k_0$  是真空中电磁波传播的波数,  $\mathbf{n}$  是界面的外法向单位向量,  $\mathbf{J}_{\text{imp}}$  为施加在端口面的激励,  $j = \sqrt{-1}$ . 对方程(1)采用 FEM 离散,得到弱形式:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[ \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}) - \int_{\Omega} (k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E}) \cdot \mathbf{N} \right] dx \\ & + \int_{\partial\Omega} j \frac{k_0}{\eta} (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{N}) ds \\ & = - \int_{\Omega} \mathbf{N} \cdot [j\omega\mu_0 \mathbf{J}_{\text{imp}}] ds \end{aligned} \quad (2)$$

$\mathbf{N}_{ik} = \lambda_i \nabla \lambda_k - \lambda_k \nabla \lambda_i$  为 Nedelec 矢量基函数.

### 2.2 区域分解预处理矩阵的构造

对式(2)采用非重叠性区域分解方法<sup>[12]</sup>,经典的区域分解方法将区域  $\Omega$  分解为  $n$  个不重叠的区域  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \dots \cup \Omega_n$ ,然后利用施瓦茨方法进行迭代求解.相邻子区域之间采用 Robin 传输边界条件耦合:

$$\begin{aligned} T_n(\mathbf{E}) = & (\mathbf{I} + (\delta_1 S_{\text{TM}} + \delta_2 S_{\text{TE}})) (\gamma_t (\nabla \times \mathbf{E})) \\ & - j\omega \sqrt{\varepsilon\mu} (\mathbf{I} - (\delta_3 S_{\text{TM}} + \delta_4 S_{\text{TE}})) (\gamma_t(\mathbf{E})), \text{ on } \Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $S_{\text{TM}} = \nabla_{\tau} \nabla_{\tau} \cdot$ ,  $S_{\text{TE}} = \nabla_{\tau} \times \nabla_{\tau} \times$ ,  $\tau$  表示界面切向方向.最后得到区域分解方法的线性系统(对于两个子区域):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i^{II} & \mathbf{A}_i^{II'} & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_i^{I'} & \mathbf{A}_i^{I'I} & \mathbf{T}_{ii}^{ej} & 0 \\ 0 & (\mathbf{T}_{ii}^{ej})^T + \mathbf{S}_{ii}^{je} & \mathbf{T}_{ii}^{ij} & \mathbf{D}_{ii}^{jp} \\ 0 & 0 & \mathbf{F}_{ii}^{pj} & \mathbf{T}_{ii}^{pp} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\mathbf{T}_{ij}^{ej})^T - \mathbf{S}_{ij}^{je} & \mathbf{T}_{ij}^{ij} & \mathbf{D}_{ij}^{jp} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\mathbf{A}_i$  与  $\mathbf{C}_{ij}$  得构造可以参考文献[7],进一步,构造块对角预处理矩阵:

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \quad (7)$$

对预处理矩阵  $\mathbf{M}$  的求解,一般采用直接求解器,如 MUMPS、SUPERLU 等进行求解.

### 2.3 正定预处理矩阵的构造

在另一种方法中,式(2)构造线性系统:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{y} \quad (8)$$

令  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_r + j\mathbf{K}_i$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_r + j\mathbf{u}_i$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_r + j\mathbf{y}_i$ ; 可将式(8)转化为等价的实数方程:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_r & -\mathbf{K}_i \\ -\mathbf{K}_i & -\mathbf{K}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r \\ \mathbf{u}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_r \\ -\mathbf{y}_i \end{pmatrix} \quad (9)$$

在式(8)中,半正定的二阶算子减去正定的零阶算子,导致最后的系数矩阵  $\mathbf{K}$  不定,增加了迭代求解的难度.为此,我们通过构造正定的预处理矩阵来实现代数方程(8)的高效求解.

在对 SiP 等电小尺寸结构的电磁模拟中,由于大量精细结构的存在,剖分得到的网格尺寸通常满足  $h \ll \lambda_0$ ,其中  $h$  为网格特征尺寸,  $\lambda_0$  为自由空间波长.则在式(2)的体积分中,满足零阶项积分远远小于二阶项的

积分:

$$\int_{\Omega} (k_0^2 \boldsymbol{\varepsilon}_r \mathbf{E}) \cdot \mathbf{N} dx \ll \int_{\Omega} \left[ \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}) \right] dx \quad (10)$$

因此,考虑到零阶项取不同符号对应的算子的特征值相互之间具有等价性,即

$$\mathbf{L} := \left( \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \right) - k_0^2 \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_d := \left( \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \right) + |k_0^2| \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (12)$$

两个算子的最大特征值分布近似. 因此,针对式(8)的求解,我们构造如下的正定预处理矩阵:

$$\mathbf{M}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_d \end{pmatrix} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_d(\mathbf{E}, \mathbf{N}) = & \int_{\Omega} \left[ \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}) \right. \\ & + \int_{\Omega} (|k_0^2 \boldsymbol{\varepsilon}_r| \mathbf{E}) \cdot \mathbf{N} \Big] dx \\ & + \int_{\partial\Omega} \left| j \frac{k_0}{\eta} \right| (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{N}) ds \end{aligned} \quad (14)$$

$\mathbf{S}_d$  正定,具有椭圆型方程的性质,可调用成熟、高效的方法进行求解.

对预处理矩阵  $\mathbf{M}_d$  的求解,可以采用成熟的辅助子空间算法(AMS). AMS 引入四个辅助标量矩阵  $\mathbf{A}_N$  和  $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{A}_z$ , 将 FEM 离散形成的矢量矩阵转化为标量矩阵,即

$$\mathbf{A}_N = \mathbf{G}^T \mathbf{A} \mathbf{G} \quad (15)$$

$$\mathbf{A}_i = (\mathbf{H}_i)^T \mathbf{A} \mathbf{H}_i, \quad i = x, y, z \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{H}$  为映射矩阵. 稀疏矩阵  $\mathbf{G}$  表示节点和棱边之间的转移矩阵,矩阵  $\mathbf{G}$  的行代表棱边的编号,列表代表节点的编号,每行只有两个非零元素 -1 和 1,位于每个棱边的两个节点的全局编号上. 算子  $\mathbf{H}$  由三个矩阵表示  $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_x, \mathbf{H}_y, \mathbf{H}_z\}$ , 每个矩阵的构造和  $\mathbf{G}$  类似,对于  $\mathbf{H}_x$ , 第  $i$  行元素为  $(1/2Gx_c)$ ,  $x_c$  是所有  $x$  方向的坐标值. 采用相同的方法可以构造出  $\mathbf{H}_y$  与  $\mathbf{H}_z$ . 最后,对四个标量空间问题的求解,将采用传统的代数多重网格(AMG)方法.

对预处理矩阵  $\mathbf{M}$  的求解亦可采用加性施瓦茨(ASM)方法,通过调用预处理代数库 HYPRE 实现. 在下文的测试中,我们将比较两种预处理矩阵求解方法的效率.

### 3 大规模并行算法实现

JEMS-CDS 程序的有限元大规模并行实现基于并行框架 JAUMIN<sup>[15,16]</sup>, 该框架的体系结构如图 1 所示,

包括支撑层、数值共性层和应用接口层. 其核心是将整个网格分为均衡的多个网格片层次结构,依次为最小并行单元实现进程-线程两级并行模式. 其中,支撑层实现了核心数据结构和并行自适应;数值共性层提供计算区域的几何描述方法,包含求解偏微分方程组的成熟计算方法和数值算法.

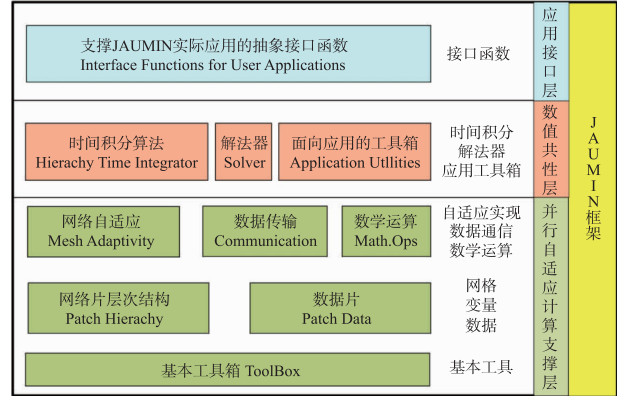


图1 并行编程框架JAUMIN架构图

### 4 数值模拟算例

接下来将对 JEMS-CDS 程序相关算法的准确性、效率展开测试. 对区域分解预处理矩阵  $\mathbf{M}$  的求解采用直接法,通过调用 MUMPS 求解器来求解. 对正定预处理矩阵  $\mathbf{M}_d$  的求解将分别采用 AMS 和 ASM 的方法,预处理矩阵求解的收敛门限设置为  $1.0e-2$ . AMS 中辅助空间矩阵  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{H}$  将调用 HYPRE 中的 AMG 求解器进行求解,而 ASM 方法将直接调用 HYPRE. 整个系统矩阵求解采用预处理 GMRES 方法,收敛门限设置为  $1.0e-6$ . 同时为了对比算法的性能,在部分算例中我们对比测试了区域分解方法的性能. 两种方法表述如下.

(1) DDM: 区域分解方法,子区域求解采用 MUMPS 直接求解器.

(2)  $\mathbf{M}_d$  + GMRES: 正定矩阵预处理方法,  $\mathbf{M}_d$  的求解分别采用 AMS 和 ASM 方法,整体迭代采用 GMRES 方法.

JEMS-CDS 程序的大规模并行测试均基于以下并行计算平台: 浪潮 NF5280M4 集群 (Intel Xeon E5-2680v4 (2.4GHz/14c)/9.6GT/35ML3/2400, 16G ECC Registered DDR4 2400 内存).

#### 4.1 算法验证

JEMS-CDS 程序的准确性验证以图 2 所示的天线单元为例,其详细的结构参数见表 1. 分别利用 JEMS-CDS 程序和商业软件仿真了天线 3.0GHz 的辐射方向图,计算结果对比见图 2(b),两个结果吻合的很好,验证了 JEMS-CDS 程序的正确性.

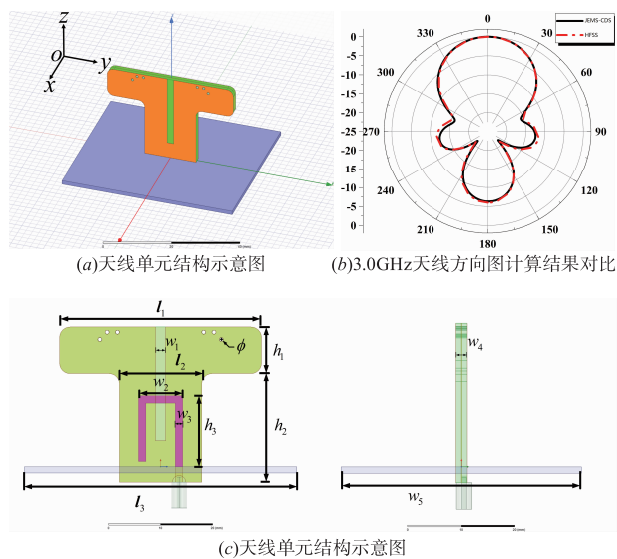


图2

表 1 天线单元结构的详细参数(单位:mm)

$l_1$	$l_2$	$l_3$	$w_1$	$w_2$	$w_3$
39.26	16	53	2	8.62	1.42
$w_4$	$w_5$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$
2.15	45.5	9	21	13.71	0.73

## 4.2 性能测试

在算法性能测试中,我们将分别以阵列天线及天线罩结构、某滤波器结构和天线系统射频前端 SiP 结构为例,其电尺寸分别为 5 个电波长、0.04 个电波长和 0.1 个电波长. 本文将针对不同电尺寸问题,测试算法的迭代收敛性能、计算规模以及并行效率等.

### 4.2.1 阵列天线电磁特性仿真

以图 3 所示阵列天线的电磁特性仿真为例,测试两种算法的收敛特性. 该阵列天线包含 33 个天线单元(图 2 所示)和一个三层结构的的天线罩,天线罩上覆盖有频率选择表面结构. 针对该问题的并行计算参数详见表 2,其未知量数目为 12100600. 可以看到两种算法对该问题都能很好的收敛. 但是,针对阵列天线问题 DDM 算法的鲁棒性较  $M_d + GMRES$  算法的鲁棒性稍差,其迭代步数随着并行规模(子区域数目)变化明显,尤其是并行规模达到 448CPU 核的时候. 而  $M_d + GMRES$  算法的迭代收敛步数稳定在 590 左右. 然而,在强可扩展性方面,DDM 的并行效率高于  $M_d + GMRES$ . 这主要是因为针对电尺寸为几个波长的阵列天线电磁问题, $M_d + GMRES$  算法在并行规模较大的情况下,预处理矩阵  $M_d$  的 AMS 求解器消耗时间大幅上涨,使整个算法的并行迭代效率下降严重.

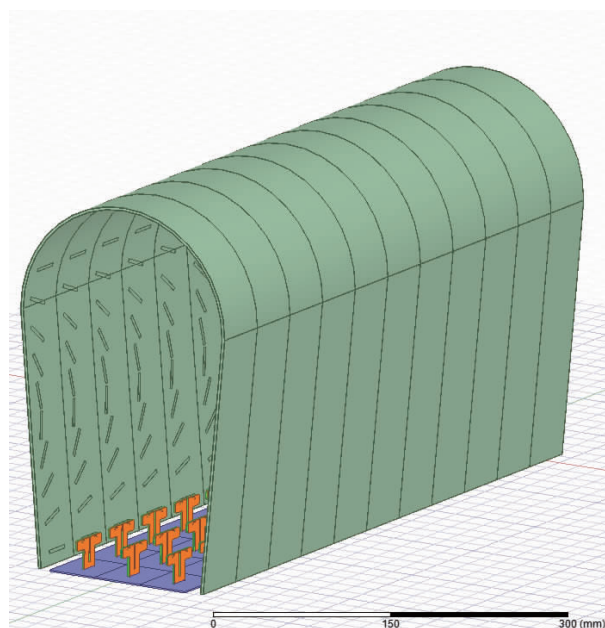


图3 阵列天线结构示意图

表 2 DDM 和  $M_d(AMS) + GMRES$  算法的性能测试结果

并行规模	DDM			$M_d(AMS) + GMRES$		
	迭代步数	时间/s	并行效率	迭代步数	时间/s	并行效率
28	425	53568	100%	587	15158	100%
56	631	39778	67%	587	11123	68%
112	523	15868	84%	590	6623	57%
224	495	8647	77%	594	12362	15%
448	901	6840	50%	590	11168	8%

### 4.2.2 滤波器结构电磁特性仿真

以某滤波器结构(图 4)的电磁特性仿真为例,测试  $M_d + GMRES$  算法的收敛特性. 计算参数详见表 3,其未知量数目为 13957912,可以看到算法  $M_d + GMRES$  经过 200 余次迭代即可收敛. 并且,随着并行规模的增大,算法迭代步数保持稳定,以 10CPU 核为基准,80CPU 核并行效率可达到 46%. 在表 4 中,我们进一步测试了算法的稳定性能,针对该滤波器结构,随着网格加密直到 111017824,算法迭代步数同样保持稳定,间接证明了该预处理算法很好地利用了结构的电磁分布特征.

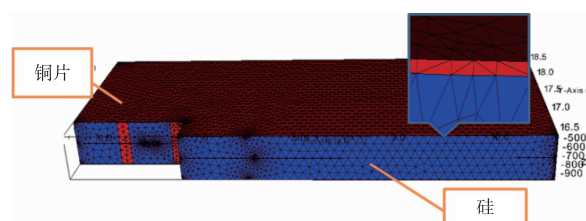


图4 滤波器结构示意图

表 3  $M_d$  (AMS) + GMRES 的稳定性测试

并行规模	迭代步数	时间/s	并行效率
10	200	7564.07	100%
20	239	4295.18	88%
40	224	2423.01	78%
80	232	2046.07	46%

表 4  $M_d$  (AMS) + GMRES 的稳定性测试

未知量数目	并行规模	迭代步数	时间/s
13957912	80	252	2942.06
111017824	80	246	25318.9

#### 4.2.3 射频前端 SiP 结构电磁特性仿真

以如图 5 所示真实天线系统 SiP 为例,该模型采用高温烧结工艺 (HTCC) 集成,包括射频前端与数字信号处理两大部分. 该 SiP 具有 12 层的堆叠和 4800 个几何体,包含 BGA 焊球、内埋互连线、金属过孔等精细结构,是典型的多尺度 (0.025mm ~ 20mm) 问题. 该 SiP 将传统的射频放大器、混频器和滤波器集成到一个封装结构中,大大提高了电子系统的性能.

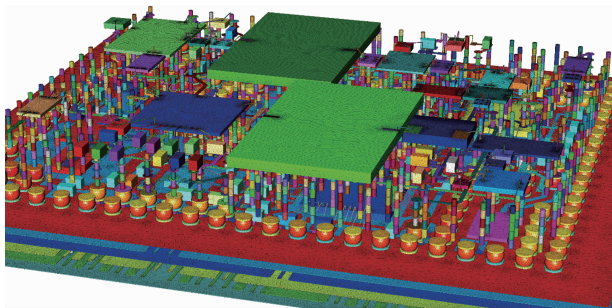


图 5 SiP 结构示意图

针对此真实模型开展并行数值模拟,我们首先对比了  $M_d$  (ASM) + GMRES 和  $M_d$  (AMS) + GMRES 算法与 DDM 算法的性能. 对该 SiP 整体剖分得到的未知量数目为 12502683, 三种算法的对比结果如表 5 所示. 可以看到 DDM 的迭代收敛性能不及  $M_d$  (ASM) + GMRES 和  $M_d$  (AMS) + GMRES 算法. 并且由于 DDM 需要在每个子区域内部直接求解子区域矩阵,其总的迭代时间达到了 12590s.  $M_d$  + GMRES 将问题的特征考虑到预处理矩阵的构造中,算法收敛性能与迭代时间均优于传统的 DDM. 在图 6 中我们给出了 SiP 内部的电场分布.

表 5 DDM 和  $M_d$  (ASM) + GMRES 与  $M_d$  (AMS) + GMRES 算法的性能测试结果

算法	并行规模 (CPU 核)	迭代步数	时间/s
DDM	80	790	12590
$M_d$ (ASM) + GMRES	80	546	4482
$M_d$ (AMS) + GMRES	80	417	4845

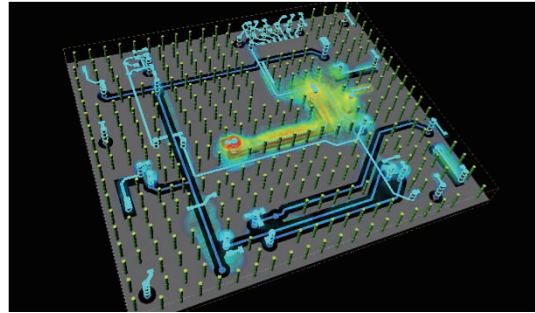


图 6 JEMS-CDS 程序分析 SiP 结构的电磁串扰

接着,我们分别测试了  $M_d$  (ASM) + GMRES 和  $M_d$  (AMS) + GMRES 算法的迭代收敛效率以及可扩展性能,详细计算结果见表 6. 可以看到,针对预处理矩阵  $M_d$  求解,ASM 方法具有更高的效率,但采用 AMS 方法整体迭代步数更少,具有较高的并行效率. 共同的是,两种算法的迭代步数随并行规模增大几乎没有变化,以 10CPU 核为基准,80CPU 核的并行效率都大于 30%. 不过,由于预处理矩阵  $M_d$  求解效率随并行规模增加而降低,最终导致了算法整体并行效率的下降. 对比表 2 所示的并行效率,针对 SiP 等电小尺寸问题时  $M_d$  + GMRES 的可扩展性更好.

表 6  $M_d$  (ASM) + GMRES 和  $M_d$  (AMS) + GMRES 两种算法扩展性测试

并行规模	$M_d$ (ASM) + GMRES			$M_d$ (AMS) + GMRES		
	迭代步数	时间/s	并行效率	迭代步数	时间/s	并行效率
10	536	11712.4	100%	429	21490.5	100%
20	540	7111.94	83%	426	11082.6	97%
40	530	4756.83	62%	396	6067.16	89%
80	546	4482.27	33%	417	4845.36	55%

## 5 结论

本文展示了 JEMS-CDS 程序在处理阵列天线、滤波器和 SiP 等不同电尺寸结构电磁仿真所采用的高效算法. 针对阵列天线电大尺寸问题,区域分解方法相较于正定矩阵预处理方法具有良好的收敛特性与并行效率. 针对 SiP 等电小尺寸问题,正定矩阵预处理方法可以实现超大规模问题的快速迭代求解,效率优于传统的区域分解方法,并且具有很好的并行可扩展性和稳定性.

## 参考文献

- [1] LI E P, WEI X C, CANGELLARIS A C. Progress review of electromagnetic compatibility analysis technologies for packages, printed circuit boards, and novel interconnects [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2010, 52(2): 248 - 265.

- [2] ZHANG Y J, OO Z Z, WEI X C, LIU E X, FAN J, LI E P. Systematic microwave network analysis for multilayer printed circuit boards with vias and decoupling capacitors [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2010, 52(2):401–409.
- [3] RIMOLO-DONADIO R, GU X X, KWARK Y H. Physics-based via and trace models for efficient link simulation on multilayer structures up to 40GHz [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technologies, 2009, 57(8):2072–2083.
- [4] QUARLES T L. The SPICE3 Implementation Guide [R]. University California, Berkeley, CA, USA, 1989, No. UCB/ERL M89/44.
- [5] YU W H, MITTRA R. A conformal FDTD software package modeling antennas and microstrip circuit components [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2000, 42(5):28–39.
- [6] WANG W J, XU R, LI H Y. Massively parallel simulation of large-scale electromagnetic problems using one high-performance computing scheme and domain decomposition method [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2017, 55(9):1523–1532.
- [7] PENG Z, SHAO Y, GAO H W, WANG S, LIN S. High-fidelity, high-performance computational algorithms for intrasystem electromagnetic interference analysis of IC and electronics [J]. IEEE Transactions on Components, Packing and Manufacturing Technology, 2017, 7(5):653–668.
- [8] 潘小敏, 盛新庆. 一种高性能并行多层快速多极子算法 [J]. 电子学报, 2010, 38(3):580–584.  
PAN X-M, SHENG X-Q. A high-performance parallel MLFMA [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3):580–584. (in Chinese)
- [9] WANG W J, CHEN X J, LI H Y, ZHOU H J, YIN W Y. A multilevel method with novel correction strategy for parallel finite element analysis of electromagnetic problems [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, 66(7):3787–3791.
- [10] LU J Q, LEE J F. Signal integrity analysis of integrated circuits by using embedded domain decomposition method [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2018, 66(12):5369–5382.
- [11] AGHABARATI A, WEBB J P. An algebraic multigrid method for the finite element analysis of large scattering problems [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2013, 61(2):809–817.
- [12] 王卫杰, 陈晓洁, 周海京. 基于区域分解的大规模并行有限元快速算法 [J]. 电子学报, 2019, 47(3):741–747.  
WANG W J, CHEN X J, ZHOU H J. Fast algorithms of parallel finite element method based on domain decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(3):741–747. (in Chinese)
- [13] HIPTMAIR R, XU J C. Auxiliary space preconditioning for edge elements [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(1):938–941.
- [14] CAI X C, SARKIS M. A restricted additive Schwarz preconditioner for general sparse linear systems [J]. SIAM Journal of Scientific Computing, 1997, 21(2):792–797.
- [15] LIU Q K, MO Z Y, ZHANG A Q. JAUMIN: A programming framework for large-scale numerical simulation on unstructured meshes [J]. CCF Transactions on High Performance Computing, 2019, 1(1):35–48.
- [16] 中物院高性能数值模拟软件中心. JAUMIN 框架 [OL]. <http://www.caep-scns.ac.cn/JAUMIN.php>, 2020-04-24.

#### 作者简介



王卫杰 男, 1987年11月出生于河南省开封市. 现为中物院高性能数值模拟软件中心副研究员. 主要研究方向为计算电磁学及多物理大规模并行算法.

E-mail: wang\_weijie@iapcm.ac.cn